

# 渐近波形估计技术应用于导体柱 RCS 方向图的快速获取

童创明, 洪 伟

(东南大学无线电工程系毫米波国家重点实验室, 江苏南京 210096)

**摘 要:** 本文基于渐近波形估计(AWE)技术和矩量法(MOM)快速预测任意形状导电柱体(PEC)的单站 RCS 方向图. 首先采用矩量法求解导体柱的电场积分方程, 得到导体柱在某一给定方向入射波照射下的表面电流的低阶矩量, 然后利用 AWE 技术求出在任意方向入射波照射下用有理分式函数表示的表面电流, 进而计算出 RCS 方向图. 计算结果表明 AWE 完全能逼近 MOM 精确计算的曲线, 同时在计算速度上可加快几十倍.

**关键词:** 矩量法; 渐近波形估计技术; 雷达散射截面; 二维导体柱

**中图分类号:** O441、TN011 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2001) 09-1198-04

## Fast Calculation of Wide Angle Mono-Static RCS Pattern of Conducting Cylinders Based on Asymptotic Wave Evaluation Technique

TONG Chuang-ming, HONG Wei

(State Key Lab. of Millimeter Waves, Dept. of Radio Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

**Abstract:** The method of moments (MOM) in conjunction with the asymptotic waveform evaluation (AWE) technique is applied to predict the mono-static radar cross section (RCS) pattern of an arbitrarily shaped two-dimensional (2-D) perfect electric conductor (PEC) body. The electric field integral equation (EFIE) of a 2-D PEC body irradiated at a given direction by radar electromagnetic (EM) wave is solved using MOM to obtain the low order moments of the surface current on the PEC body. In the AWE technique, the surface current is obtained at any angle within the angular range expressed as a rational function, which is in turn used to calculate RCS of the 2-D PEC body. It was observed that AWE could result in considerable CPU time saving.

**Key words:** MOM; AWE technique; RCS; 2-D PEC

### 1 引言

电磁场边值问题的数值频域分析方法有:有限元法(FEM)、有限差分法(FDFD)、矩量法(MOM)和边界元法(BEM)等,这些方法最终都归结到求解关于未知系数的大型矩阵方程.在电磁散射问题分析中,计算的主要参数是 RCS 方向图,传统的数值计算方法是以一定的角度间隔逐点重复求解矩阵方程来获得整个角度变化范围内的响应,特别地当 RCS 随角度变化剧烈时,为了获得精确刻画,就必须减小角度扫描间隔,这使得计算量显著增加.

因此如何提高频域分析方法分析宽角度响应的计算效率,就显得尤为重要.目前,提高频域方法分析宽角度响应的主要方法是降价模型方法(ROM),包括渐近波形估计(AWE)和基于 Krylov 子空间的缩减技术两种.这种技术的实质在于将系统响应表示为有理函数,通过降价模型方法求出对系统贡献较大的主要零、极点,以减小分析计算的问题规模.在降

价模型方法中,AWE 技术在电磁问题的分析中得到了广泛的应用,国际上,AWE 技术在电磁领域中的应用是 90 年代初从静态电磁场分析开始的,如求解 VLSI 电路互连结构<sup>[1]</sup>和微波器件宽带频域响应的快速计算等<sup>[2]</sup>;90 年代后期被逐渐应用到电磁场的全波分析中,如介质波导频域响应<sup>[3]</sup>、RCS 宽带响应<sup>[4]</sup>、S 域内无源线性电磁系统的电磁场分析<sup>[5]</sup>和 RCS 方向图的快速计算等<sup>[6]</sup>.但国内有关 AWE 技术在电磁领域中的应用的报道还不多见.

本文基于 AWE 技术,采用 MOM 预测任意形状导体柱的单站 RCS 方向图.即采用矩量法求解导体柱的电场积分方程(EFIE),得到导体柱在某一给定方向  $\theta_0$  的入射波照射下的表面电流的各阶矩量  $I^{(i)}(\theta_0)$  ( $i=0,1,2,\dots$ ),然后通过 Pade 逼近得到在任意方向的入射波照射下用有理分式函数表示的表面电流  $I(\theta)$ ,由此有理分式电流计算 RCS 方向图.

收稿日期:2000-04-17;修回日期:2001-03-16

基金项目:国家杰出青年基金的资助项目(No. 69625102)

## 2 理论

### 2.1 导体柱表面电流的数值解

为分析问题简单起见,研究二维目标的电磁散射特性.入射方向为  $\theta$  的电磁波  $E^i(\theta)$  在目标上激励起感应电流  $J(\theta)$ ,令  $L$  表示  $E^i(\theta)$  与  $J(\theta)$  之间的运算关系(即微、积算子),则根据电磁场边值条件建立电场微(积)分方程

$$L[J(\theta)] = E^i(\theta) \quad (1)$$

将目标区域离散并在离散区域上将感应电流按一定的基函数展开,式(1)可化为矩阵方程

$$[Z_{mn}][I_n(\theta)] = [V_m(\theta)] \quad (2)$$

式中,  $m, n$  分别为第  $m, n$  个子区域的编号 ( $m, n = 1, 2, \dots, N$ ),  $[Z_{mn}]$  元素一般为复数、阶数为  $N \times N$ ,  $[V_m(\theta)]$  是激励向量,  $[I_n(\theta)]$  是待求的未知感应电流密度向量.

对于 TM 波,设导体柱截面在  $xoy$  坐标面,当采用矩量法(脉冲基点配)求解时,由文献[8]知矩阵方程(2)的各有关元素为

$$Z_{mn} = \frac{ky}{4} \int_{\Delta_l} H_0^{(2)} [k \sqrt{(x-x_m)^2 + (y-y_m)^2}] dl \quad (3a)$$

$$V_m(\theta) = \exp[jk(x_m \cos\theta + y_m \sin\theta)] \quad (3b)$$

式中,  $(x_m, y_m)$  是柱体表面第  $m$  个单元的中点坐标,  $(x, y)$  是第  $n$  个单元的坐标.

求解式(2)可得导体柱表面的电流分布,由此可求出柱体的单站散射 RCS.

$$\sigma(\theta) = \frac{ky^2}{4} |[V_n^s(\theta)]^T [I_n(\theta)]|^2 \quad (4a)$$

$$V_n^s(\theta) = dl_n \exp[jk(x_n \cos\theta + y_n \sin\theta)] \quad (4b)$$

式中 T 表示转置.上式给出的单站散射 RCS 是按不同电磁波入射角计算的,如果要得到 RCS 的宽角度响应,那么就必须不同的入射角时逐点扫描重复求解矩阵方程(2),才能得到相应的表面电流.

### 2.2 AWE 技术

#### 2.2.1 Pade 逼近

Pade 逼近的基本思想是用有理分式函数逼近用幂级数表示的函数,有理分式函数的系数可根据 Pade 逼近方法由幂级数的系数确定.即使有理分式函数的 Taylor 展开式从首项起有尽可能多的项与幂级数相吻合.与 Taylor 多项式相比较, Pade 逼近式往往具有较快的收敛速度和较大的收敛半径,因此可以进行较大范围的外推,且由于 Pade 逼近式能很好地反映出函数的零、极点特性,因而便于逼近有奇异性的函数.

根据 Pade 逼近方法,采用 AWE 技术实现快速 RCS 的宽角计算的步骤是:将任意入射角  $\theta$  时的未知电流密度分布在一给定角  $\theta_0$  处展开成 Taylor 级数的形式

$$I_n(\theta) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{I_n^{(i)}(\theta_0)}{i!} (\theta - \theta_0)^i \quad (5)$$

式中, 量  $I_n^{(i)}(\theta_0)$  由式(2)确定为

$$[I_n^{(i)}(\theta)] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m^{(i)}(\theta_0)] \quad (6)$$

式中,  $V_m^{(i)}(\theta_0)$  是  $V_m(\theta)$  在  $\theta_0$  处的第  $i$  阶导数.

若用式(5)所示的 Taylor 级数逼近表面电流分布,必须在展开点计算足够多的高次量  $I_n^{(i)}(\theta_0)$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, I$ ). 为

了扩大 Taylor 级数的收敛半径和加快收敛速度, Pade 逼近将 Taylor 级数转化为有理分式函数式,即

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{I_n^{(i)}(\theta_0)}{i!} (\theta - \theta_0)^i = P_n(L/M) + O(\theta^{L+M+1}) \quad (7a)$$

$$I_n(\theta) \approx P_n(L/M) = \frac{\sum_{i=0}^L a_n^i (\theta - \theta_0)^i}{\sum_{m=0}^M b_n^m (\theta - \theta_0)^m} \quad (7b)$$

式中,  $L$  和  $M$  分别为 Pade 逼近函数  $P(L/M)$  的零、极点阶数.系数  $a_n^i$  和  $b_n^m$  由量  $I_n^{(i)}(\theta_0)$  相应确定如下<sup>[9]</sup>

$$\alpha_n - \sum_{i=0}^{j-1} \frac{I_n^{(i)}(\theta_0)}{i!} b_n^{-1} = \frac{I_n^{(j)}(\theta_0)}{j!} \quad (8a)$$

$$\begin{cases} \alpha_n = 0, & j > L \\ b_n = 0, & j > L \\ b_n^0 = 1 \end{cases} \quad (8b)$$

式中,  $j = 0, 1, \dots, L + M$ . 由 Pade 逼近的最佳一致性理论,  $P(L/M)$  整数  $L$  和  $M$  应满足关系

$$\begin{cases} L = M, & L + M = \text{偶数} \\ |M - L| = 1, & L + M = \text{奇数} \end{cases} \quad (9)$$

值得指出的是,文献[6]的算例中出现了  $P(3/1)$  的情形,这显然与式(9)的要求不符;为了扩大 Pade 有理逼近函数  $P(L/M)$  的收敛半径,展开点  $\theta_0$  一般应选择在角度变化范围的中点;有理分式阶数  $L$  或  $M$  的选择方法是:设容许最大相对误差为  $\delta$ ,首先给定一个阶数  $L_1$  或  $M_1$  并求得  $P(L_1/M_1)$ ,然后增加阶数至  $L_2$  或  $M_2$  并求得  $P(L_2/M_2)$ ,当满足关系

$$\frac{|P(L_1/M_1) - P(L_2/M_2)|}{|P(L_1/M_1)|} < \delta \quad (10)$$

时,可认为所给定的阶数  $L_1$  和  $M_1$  以及展开点  $\theta_0$  是合适的.一般地,式(7b)的近似解在展开点附近误差很小,外推范围越大,误差也就越大,因此在利用式(10)时,仅仅需要计算角度变化范围内距离展开点  $\theta_0$  最远角度的误差即可.

#### 2.2.2 多点 Pade 逼近

对简单散射体 RCS 方向图的计算,考虑到结构的对称性,采用 Pade 逼近技术并外推是合适的.但对复杂散射体的 RCS 方向图的计算,由于结构不对称,可采用多点 Pade 逼近的 Cauchy 方法并外推.多点 Pade 逼近数学本质就是有理 Hermite 插值, Cauchy 方法是通过求出电流在展开点的量后直接作有理插值.

设电流  $I(\theta)$  展开为有理分式函数

$$I(\theta) \approx P(L/M) = \frac{\sum_{p=0}^L a_p \theta^p}{1 + \sum_{q=1}^M b_q \theta^q} \quad (11)$$

在某一展开角  $\theta_j$  处,由上式经数学处理(两边同乘右端分母并对  $\theta$  求导),则系数  $a_p$  和  $b_q$  由量  $I^{(m)}(\theta_j)$  ( $m = 0, 1, 2, \dots, I$ ) 相应确定如下<sup>[7]</sup>

$$[\lambda(\theta_j)][x] = [\gamma(\theta_j)] \quad (12)$$

式中,  $[x] = [a_0, a_1, \dots, a_L, b_1, b_2, \dots, b_M]^T$  (T 表示转置),有关矩阵和向量的元素由下式确定

$$\gamma_m(\theta_j) = \sum_{i=0}^m C_m^i I^{(m-i)}(\theta_j) \quad (13a)$$

$$\lambda_{mn}(\theta_j) = \begin{cases} a_{mn}(\theta_j), & 0 \leq n \leq L \\ -\beta_{mn}(\theta_j), & L < n \leq L + M \end{cases} \quad (13b)$$

其中,

$$\alpha_{mn}(\theta_j) = \frac{n!}{(n-m)!} \theta_j^{n-m} u(n-m) \quad (14a)$$

$$\beta_{mn}(\theta_j) = \sum_{i=0}^m C_m^{i,m-1}(\theta_j) \alpha_{in}(\theta_j) \quad (14b)$$

式中,  $u(x)$  是脉冲函数. 将式(12)依角度展开点  $\theta_j = 0, 1, 2, \dots, J$  排列起来, 得矩阵方程

$$\begin{bmatrix} [\lambda(\theta_0)] \\ [\lambda(\theta_1)] \\ \dots \\ [\lambda(\theta_j)] \end{bmatrix} [x] = \begin{bmatrix} [\gamma(\theta_0)] \\ [\gamma(\theta_1)] \\ \dots \\ [\gamma(\theta_j)] \end{bmatrix} \quad (15)$$

该方法的缺点在于当要求的外推的范围取得很大时, 展开点就必须取得越多, 意味着方程(15)的矩阵性态变得很差, 矩阵的条件数会非常大, 一般的矩阵求解方法往往稳定性很差, 这里采用奇异值分解(SVD)技术加以克服.

展开点的选择类似于式(10)中有理分式阶数的确定, 即在参数变化范围内, 首先均匀选定几个点( $J_1$ )并由式(10)确定阶数, 然后增加点数( $J_2$ )并由式(10)确定阶数, 若满足容许的相对误差则表明展开点及阶数选择是合适的.

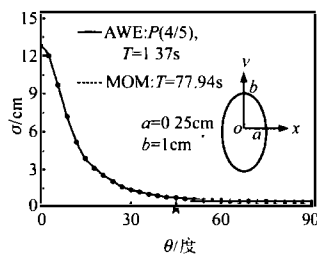


图1 圆柱体的单站 RCS 方向图(单点展开)

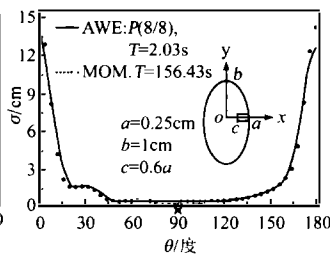


图2 带槽椭圆体的单站 RCS 方向图(单点展开)

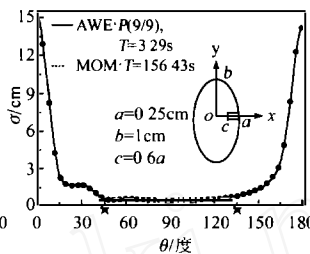


图3 带槽椭圆体的单站 RCS 方向图(双点展开)

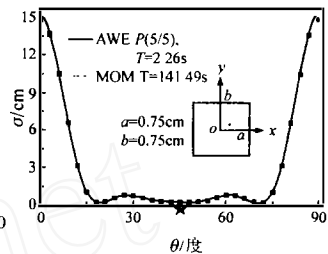


图4 方柱体的单站 RCS 方向图(单点展开)

#### 4 结论

本文基于 AWE 技术实现任意二维导体柱单站 RCS 方向图的快速分析计算. 计算实例包括椭圆体、方柱、带槽椭圆体和带槽方柱等. 计算结果表明 AWE 完全能逼近 MOM 的曲线.

AWE 技术能直接获得解析结果而非离散的数值解. 由于 AWE 技术逼近的有理分式函数的阶数较小, 也就是说, 它需要由矩量矩阵方程(6)求解的低次矩量数就较少, 一般地讲, 矩量矩阵方程(6)与 MOM 矩阵方程(2)的求解规模相当, 因而求解矩量矩阵方程(6)的次数比逐点扫描求解 MOM 矩阵方程(2)的次数要少得多, 这样 AWE 技术就能大大节省计算时间.

计算结果研究表明, 随着 Pade 有理逼近函数  $P(L/M)$  的零、极点阶数  $L$  和  $M$  的提高, 相应的 Taylor 级数的展开项数  $I$  ( $I = L + M$ ) 也增多, AWE 逼近 MOM 的精度也提高了, 但是当

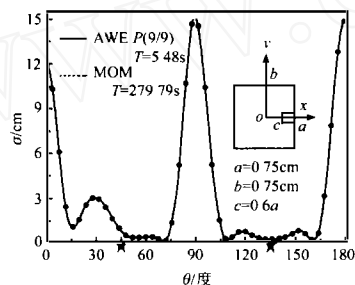


图5 带槽方柱体的单站 RCS 方向图(双点展开)

#### 3 数值结果

为了验证前一节理论分析的正确性, 下面给出几个计算实例: 椭圆体、方柱、带槽椭圆体和带槽方柱, 并且考虑结构的对称性, 分别计算其在  $90^\circ$  或  $180^\circ$  角变化范围内的单站散射方向图. AWE 计算得到的数值结果与逐点扫描计算的 MOM 数值结果进行了比较, MOM 和 AWE 均按  $1^\circ$  步进计算. 所有的计算都是在 PII 266/128MB/4.3MB/4.3GB 的 PC 机上完成的. 值得指出的是, 当散射体是电小尺寸时, MOM 矩阵方程(2)可以用 LU 分解直接求解; 但是对于电大尺寸的散射体, MOM 中是大型稠密矩阵, 必须利用共轭梯度迭代求解. 本文所列算例是为了验证方法的正确性与有效性, 尽管是电小尺寸的散射体, MOM 矩阵方程还是采用后一种求解方法. 算例中电磁波工作波长均为 1cm. 图中“★”所在的位置表示展开点. 计算结果表明: 对于小角度范围展开, 采用单点 AWE 技术可获得较理想的逼近效果, 如图 1、4 所示. 对于较大角度范围展开, 采用单点 AWE 技术则逼近效果不太理想, 如图 2 所示; 如采用多点展开, 则可获得较理想的逼近效果, 如图 3、5 所示.

Pade 有理逼近函数阶数提高到一定值后, 精度则不再改变. 一般选择 Pade 逼近展开点为参数变化范围的中点, 若不能达到逼近精度或函数(曲线)关系复杂时, 则需考虑采用多点 Pade 逼近.

本文是用 AWE 技术来加速电磁问题的 MOM 求解速度的, 同样 AWE 技术也能加速其它数值方法(如 BEM、FDFD、FEM 等)的求解速度. AWE 技术能加速需要逐点扫描(或参数宽带变化)的形如矩阵方程(2)的任意参数方程(即该参数不只限于角度, 还可以是其它, 如频率等)的求解.

#### 参考文献:

- [1] Tang Tak K, Nakhla Michel S. Analysis of high-speed VLSI interconnects using the asymptotic waveform evaluation technique[J]. IEEE Tran. CAD-S, 1992(3): 341 - 352.
- [2] Bracken J Eric, Sun, Din-Kow, Cendes Zoltan J. S-domain methods for simultaneous time and frequency characterization of electromagnetic devices[J]. IEEE Tran. MTT, 1998(9): 1277 - 1290.
- [3] Polstyanko, Sergey V, Dyczij-Edlinger, Romanus, Lee, Jin-Fa. Fast frequency sweep technique for the efficient analysis of dielectric waveguides[J]. IEEE Tran MTT, 1997(6): 1118 - 1126.
- [4] Reddy C J, Deshpande M D, et al. Fast RCS computation over a fre-

- quency band using method of moments in conjunction with asymptotic waveform evaluation technique[J]. IEEE Tran. AP, 1998(8): 1229 - 1233.
- [ 5 ] Liang Jian, Hong Wei. S-parameter extraction of 3-D microwave structures by using 3D-FDFD method in conjunction with asymptotic waveform evaluation technique[J]. IEEE AP-S, 1999(6): 1856 - 1859
- [ 6 ] Erdemli Y E, Gong J, Reddy C J, Volakis J L. Fast RCS pattern fill using AWE technique[J]. IEEE Tran. AP, 1998(11): 1752 - 1753.
- [ 7 ] R S Adve, T K Sarkar, S M Rao, E K. Miller, et al. Application of the Cauchy method for extrapolating/interpolating narrow-band system response [J]. IEEE Tran. MTT, 1997(5): 837 - 845.
- [ 8 ] [美] R F Harrington, 王尔杰等译. 计算电磁场的矩量法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1981.
- [ 9 ] 徐献瑜, 李家楷, 徐国良, Padé 逼近概论[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1990.

## 作者简介:



**童创明** 男, 1964 年 10 月生于湖北黄冈, 副教授, 现为东南大学电子科学与技术流动站博士后, 主要从事雷达系统、雷达对抗、计算电磁学等方面的科研和教学工作。

**洪伟** 男, 1962 年生于湖北张北, 教授, 博士生导师, 长江学者, 东南大学无线电工程系副主任, 主要从事微波通信、计算电磁学等方面的科研和教学工作。